ΛΥΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΩΝ 23 ΜΑΙΟΥ 2016

Φυσική Προσανατολισμού Θετικών Σπουδών Γ΄ Λυκείου

Θέμα Α

Α1 –β , Α2 – γ , Α3 – β , Α4 – δ , Α5 α – Σ , β – Λ , γ – Σ , δ – Λ , ε – Λ

Θέμα Β

Β1. α) Σωστή απάντηση είναι η (iii).

Η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής από τη σειρήνα του τρένου είναι:

$$f_1 = \frac{\upsilon}{\upsilon + \upsilon_s} f_s (1)$$

Ήχος από ανάκλαση:

α) Η συχνότητα του ήχου που φτάνει στο βράχο:

$$f_s' = \frac{\upsilon}{\upsilon - \upsilon_s} f_s$$

β) Η συχνότητα του ήχου που φτάνει στον παρατηρητή από τον βράχο:

$$f_2 = \frac{\upsilon}{\upsilon} f_s' \Rightarrow f_2 = \frac{\upsilon}{\upsilon - \upsilon_s} f_s (2)$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2):

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{\upsilon}{\upsilon+\upsilon_s}\cancel{f_s}}{\frac{\upsilon}{\upsilon-\upsilon_s}\cancel{f_s}} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{\upsilon-\upsilon_s}{\upsilon+\upsilon_s} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{9}{10}\upsilon}{\frac{11}{10}\upsilon} \Rightarrow \boxed{\frac{f_1}{f_2} = \frac{9}{11}}$$

Β2. Σωστή απάντηση είναι η (i).

Το πλάτος του σημείου Μ είναι:

$$A' = 2A \cdot \left|\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)\right| \Rightarrow A' = 2A \cdot \left|\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{9\lambda}{8}\right)\right| \Rightarrow A' = 2A \cdot \left|\sigma\upsilon\nu\left(\frac{9\pi}{4}\right)\right| \Rightarrow A' = 2A \cdot \left|\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\cancel{8\pi}}{\cancel{4}} + \frac{\pi}{4}\right)\right|$$

$$\Rightarrow A' = 2A\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow A' = A\sqrt{2}$$

Η μέγιστη ταχύτητα είναι:

$$v_{\max(M)} = \omega \cdot A_M' \Rightarrow v_{\max(M)} = \frac{2\pi}{T} \cdot A\sqrt{2} \Rightarrow \boxed{v_{\max(M)} = \frac{2\pi\sqrt{2}A}{T}}$$

Β3. Σωστή απάντηση είναι η (ii).

Η παροχή παραμένει σταθερή:

$$\Pi_A = \Pi_B \Rightarrow A_A \cdot \upsilon_A = A_B \cdot \upsilon_B \Rightarrow 2\cancel{A_B} \cdot \upsilon_A = \cancel{A_B} \cdot \upsilon_B \Rightarrow 2\upsilon_A = \upsilon_B (1)$$

Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli (για οριζόντιο σωλήνα):

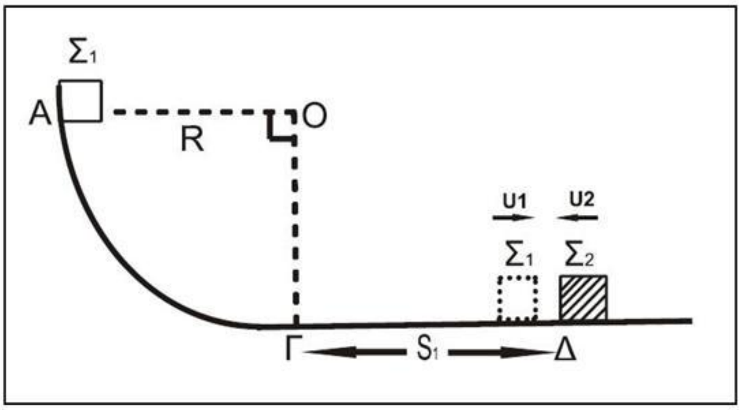
$$p_A + \frac{1}{2}\rho\upsilon_A^2 = p_B + \frac{1}{2}\rho\upsilon_B^2 \Rightarrow p_A - p_B = \frac{1}{2}\rho(\upsilon_B^2 - \upsilon_A^2) \overset{(1)}{\Rightarrow} p_A - p_B = \frac{1}{2}\rho(4\upsilon_A^2 - \upsilon_A^2) \Rightarrow p_A - p_B = \frac{1}{2}\rho 3\upsilon_A^2 (2)$$

Δίνεται όμως ότι η κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου στο σημείο Α είναι Λ, άρα:

$$K_A = \frac{1}{2}\Delta m \cdot \upsilon_A^2 \overset{\Delta m = \rho\cdot\Delta V}{\Rightarrow} K_A = \frac{1}{2}\rho \cdot \Delta V \upsilon_A^2 \Rightarrow \frac{K_A}{\Delta V} = \frac{1}{2}\rho \cdot \upsilon_A^2 = \Lambda \ (3)$$

$$(2) \overset{(3)}{\Rightarrow} \boxed{p_A - p_B = 3\Lambda}$$

Θέμα Γ



Γ1. Θ.Μ.Κ.Ε.$(\mathrm{A}\to\Gamma)$:

$$K_\Gamma - K_A = W_w^{\Gamma\to A} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m_1}\upsilon_\Gamma^2 - 0 = \cancel{m_1}gR \Rightarrow$$

$$\upsilon_\Gamma = \sqrt{2gR} \Rightarrow \boxed{\upsilon_\Gamma = 10\,m/s}$$

Γ2. Θ.Μ.Κ.Ε.$(\Gamma\to\Delta)$:

$$K_\Delta - K_\Gamma = W_w^{\Gamma\to\Delta} \Rightarrow \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_\Gamma^2 = -T_S\cdot S_1 \Rightarrow \cancel{m_1}\upsilon_1^2 - \cancel{m_1}\upsilon_\Gamma^2 = -2\mu\cdot\cancel{m_1}\cdot g\cdot S_1 \Rightarrow \upsilon_1^2 - 100 = -36$$

$$\Rightarrow \upsilon_1^2 = 64 \Rightarrow \upsilon_1 = 8m/s$$

Επειδή η κρούση είναι ελαστική:

$$\upsilon_1' = \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\upsilon_1 + \frac{2m_2}{m_1+m_2}\upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_1' = \frac{m_1-3m_1}{m_1+3m_1}8 + \frac{2\cdot 3m_1}{m_1+3m_1}(-4)$$

$$\Rightarrow \upsilon_1' = \frac{-2\cancel{m_1}}{4\cancel{m_1}}8 + \frac{2\cdot 3\cancel{m_1}}{4\cancel{m_1}}(-4) \Rightarrow \boxed{\upsilon_1' = -10m/s} \to |\upsilon_1'| = 10m/s$$

$$\upsilon_2' = \frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}\upsilon_2 + \frac{2m_1}{m_1+m_2}\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_2' = \frac{3m_1-m_1}{m_1+3m_1}(-4) + \frac{2m_1}{m_1+3m_1}8$$

$$\Rightarrow \upsilon_2' = \frac{2\cancel{m_1}}{4\cancel{m_1}}(-4) + \frac{2\cancel{m_1}}{4\cancel{m_1}}8 \Rightarrow \boxed{\upsilon_2' = 2m/s}$$

Γ3. Η μεταβολή της ορμής του 2^{ου} σώματος είναι:

$$\Delta\vec{p}_2 = \vec{p'}_2 - \vec{p}_2 \overset{(+)}{\Rightarrow} \Delta p_2 = p_2' - (-p_2) \Rightarrow \Delta p_2 = m_2(\upsilon_2' + \upsilon_2) \Rightarrow \boxed{\Delta p_2 = 18kg\cdot m/s^2}$$

Γ4. Το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του 1^{ου} σώματος είναι:

$$\pi_1 = \frac{\Delta K_1}{K_1}100\% \Rightarrow \pi_1 = \frac{K_1' - K_1}{K_1}100\% \Rightarrow \pi_1 = (\frac{K_1'}{K_1} - 1)100\% \Rightarrow \pi_1 = (\frac{\frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}\cancel{m_1}\upsilon_1^2}{\frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}\cancel{m_1}\upsilon_1'^2} - 1)\cdot 100\%$$

$$\Rightarrow \pi_1 = (\frac{\upsilon_1'^2}{\upsilon_1^2} - 1)100\% \Rightarrow \pi_1 = (\frac{100}{64} - 1)100\% \Rightarrow \boxed{\pi_1 = 56,25\%}$$

Θέμα Δ

Δ1. Για την ισορροπία του σώματος Σ ισχύει:

$\Sigma F_{(m)x} = 0 \Rightarrow$

$mg\eta\mu\varphi + T = F_{\varepsilon\lambda 1}$ (1)

Για την ισορροπία του κυλίνδρου ισχύει:

$\Sigma F_{(M)x} = 0 \Rightarrow Mg\eta\mu\varphi = T_S + T$ (2)

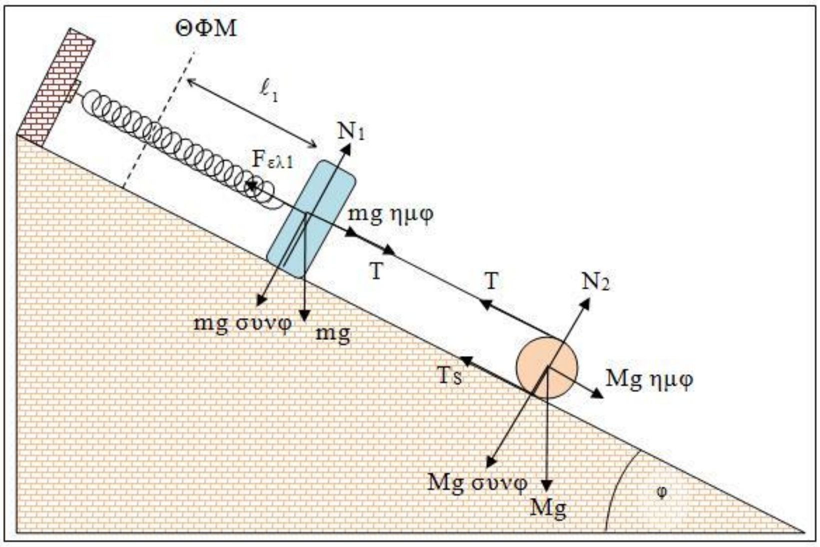
και $\Sigma\tau = 0 \Rightarrow \tau_{T_S} = \tau_T \Rightarrow$

$T_S R = TR \Rightarrow T_S = T$ (3)

Από (2),(3) $\Rightarrow Mg\eta\mu\varphi = T + T$

$\Rightarrow 2T = Mg\eta\mu\varphi$

$\Rightarrow T = \dfrac{Mg\eta\mu\varphi}{2} \Rightarrow \boxed{T = 5N}$



Από (1) $\Rightarrow mg\eta\mu\varphi + T = k\ell_1 \Rightarrow 100\ell_1 = 10 \Rightarrow \boxed{\ell_1 = 0{,}1m}$

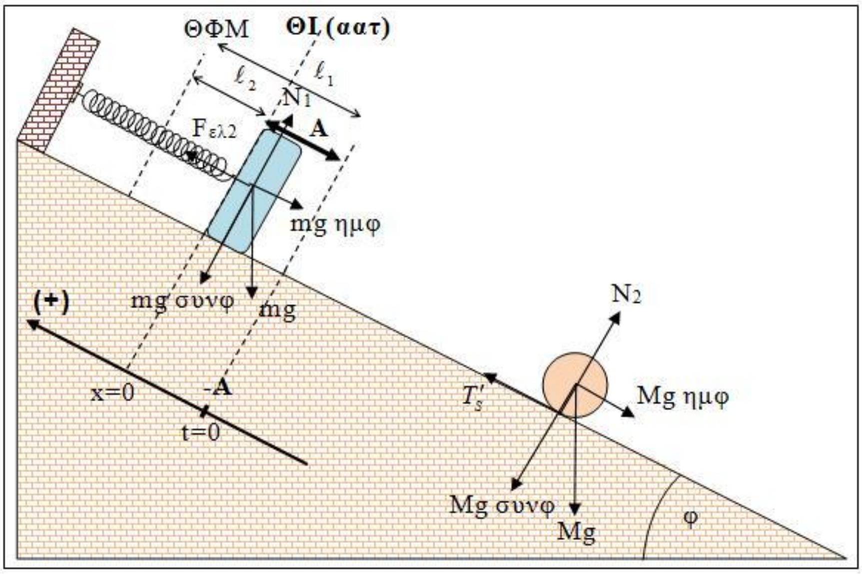
Δ2. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ που κόβεται το νήμα το σώμα βρίσκεται στην ακραία θέση της ταλάντωσής του. Στη θέση ισορροπίας της απλής αρμονικής ταλάντωσης του σώματος Σ ισχύει:

$\Sigma F_{(m)x} = 0 \Rightarrow$

$mg\eta\mu\varphi = F_{\varepsilon\lambda 2} \Rightarrow$

$mg\eta\mu\varphi = k\ell_2 \Rightarrow$

$\ell_2 = \dfrac{mg\eta\mu\varphi}{k} = 0{,}1m$



Άρα για το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης έχουμε: $A = \ell_2 - \ell_1 = 0{,}1m - 0{,}05m \Rightarrow A = 0{,}05m$.

Η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης είναι $D = k = 100\dfrac{N}{m}$ και η γωνιακή συχνότητα είναι

$D = m\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\dfrac{D}{m}} = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = 10\dfrac{rad}{s}$. Για την εξίσωση απομάκρυνσης ισχύει: $x = A\cdot\eta\mu(\omega t + \varphi_o)$

και τη χρονική στιγμή $t = 0 \to x = -A \Rightarrow A\cdot\eta\mu(\omega\cdot 0 + \varphi_o) = -A \Rightarrow \eta\mu(\varphi_o) = -1 = \eta\mu\dfrac{3\pi}{2} \Rightarrow$

$\varphi_o = 2\kappa\pi + \dfrac{3\pi}{2} \xrightarrow{\kappa=0} \varphi_o = \dfrac{3\pi}{2}$. Άρα $x = 0{,}05\cdot\eta\mu\left(10t + \dfrac{3\pi}{2}\right) S.I.$

Για τη δύναμη επαναφορά ισχύει: $\Sigma F = -Dx = -k \cdot A \cdot \eta\mu\left(\omega t + \varphi_o\right) \Rightarrow \boxed{\Sigma F = -5 \cdot \eta\mu\left(10t + \frac{3\pi}{2}\right) S.I.}$

Δ3. Αφού κοπεί το νήμα και μετά ο κύλινδρος εκτελεί σύνθετη κίνηση στο κεκλιμένο επίπεδο, κύλιση χωρίς ολίσθηση, δεχόμενος το βάρος του $M\vec{g}$, την κάθετη δύναμη $\vec{N}_1$ και τη στατική τριβή $\vec{T}'_S$. Όταν έχει διαγράψει $N = \frac{12}{\pi}$ στροφές έχει διαγράψει και γωνία $\theta = 2\pi N = 2\pi \frac{12}{\pi} rad \Rightarrow \theta = 24 rad$. Το κέντρο μάζας του έχει διανύσει απόσταση $x_{cm} = R\theta = 0,1 \cdot 24 m \Rightarrow x_{cm} = 2,4 m$.

Από τον Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής για τη μεταφορική κίνηση έχουμε:

$\Sigma F_x = M \cdot a_{cm} \Rightarrow Mg \cdot \eta\mu\varphi - T_S = M \cdot a_{cm}$ (4)

Από τον Θεμελιώδη Νόμο της Στροφικής κίνησης έχουμε:

$$\Sigma\tau = I_{cm} a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \tau_{T_S} = I_{cm} a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_S R = \frac{1}{2} M R^2 a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_S = \frac{1}{2} M \overset{a_{cm}}{R a_{\gamma\omega\nu}} \Rightarrow T_S = \frac{1}{2} M a_{cm} \quad (5)$$

$$(4)+(5) \Rightarrow Mg \cdot \eta\mu\varphi \cancel{-T_S} \cancel{+T_S} = M \cdot a_{cm} + \frac{1}{2} M a_{cm} \Rightarrow Mg \cdot \eta\mu\varphi = \frac{3}{2} M a_{cm} \Rightarrow a_{cm} = \frac{2}{3} g \cdot \eta\mu\varphi = \frac{10}{3} \frac{m}{s^2}$$

Από τι εξισώσεις κίνησης έχουμε: $x_{cm} = \frac{1}{2} a_{cm} t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2x_{cm}}{a_{cm}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,4}{10/3}} s = \sqrt{1,44} s \Rightarrow t = 1,2 s$ και

$\upsilon_{cm} = a_{cm} t = \frac{10}{3} 1,2 \frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_{cm} = 4 \frac{m}{s}$.

Για τη γωνιακή ταχύτητα ισχύει $\upsilon_{cm} = R\omega \Rightarrow \omega = \frac{\upsilon_{cm}}{R} = \frac{4}{0,1} \frac{rad}{s} \Rightarrow \omega = 40 \frac{rad}{s}$ οπότε η στροφορμή του κυλίνδρου είναι: $L = I_{cm} \cdot \omega = \frac{1}{2} M R^2 \cdot \omega = \frac{1}{2} 2 \frac{1}{100} 40 \frac{Kg \cdot m^2}{s} \Rightarrow \boxed{L = 0,4 \frac{Kg \cdot m^2}{s}}$

Δ4. Τη χρονική στιγμή $t = 3s$ η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου είναι $\upsilon_{cm} = a_{cm} t = \frac{10}{3} 3 \frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_{cm} = 10 \frac{m}{s}$.

Ο ρυθμός μεταβολής κινητική ενέργειας υπολογίζεται ω εξής:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dK_{\mu\tau\varphi}}{dt} + \frac{dK_{\sigma\tau\rho\varphi}}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F_x}}{dt} + \frac{dW_{\Sigma\tau}}{dt} = \frac{\Sigma F_x \cdot dx_{cm}}{dt} + \frac{\Sigma\tau \cdot d\theta}{dt} = \Sigma F_x \cdot \upsilon_{cm} + \Sigma\tau \cdot \omega \Rightarrow$$

$$\frac{dK}{dt} = M \cdot a_{cm} \cdot \upsilon_{cm} + I_{cm} \cdot a_{\gamma\omega\nu} \cdot \omega = M \cdot a_{cm} \cdot \upsilon_{cm} + \frac{1}{2} M R^2 \cdot \frac{a_{cm}}{R} \frac{\upsilon_{cm}}{R} = M \cdot a_{cm} \cdot \upsilon_{cm} + \frac{1}{2} M \cdot a_{cm} \cdot \upsilon_{cm} \Rightarrow$$

$$\frac{dK}{dt} = \frac{3}{2} M \cdot a_{cm} \cdot \upsilon_{cm} = \frac{3}{2} 2 \cdot \frac{10}{3} \cdot 10 \frac{J}{s} \Rightarrow \boxed{\frac{dK}{dt} = 100 \frac{J}{s}}$$